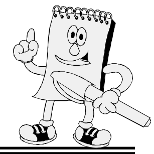
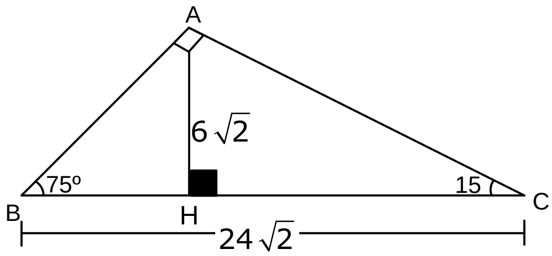


SEMANA 11
ÁREAS I

1. En un triángulo rectángulo BAC recto en A, el ángulo B mide 75° y la distancia de A a la hipotenusa mide $6\sqrt{2}$ cm. Calcule el área de la región ABC.

A) 100 cm^2 B) 36 cm^2
C) 84 cm^2 D) 144cm^2
E) 72cm^2

RESOLUCIÓN



Propiedad (75º; 75º)

$$\frac{BC}{4} = AH$$

$\rightarrow$ $AC = 24\sqrt{2}$

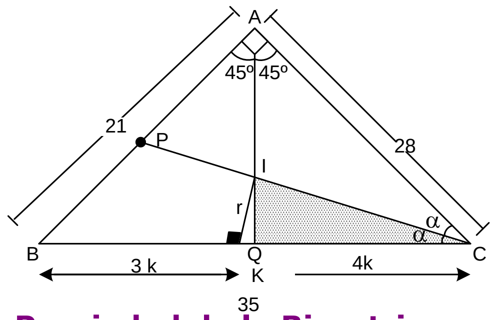
$\therefore$ $$A_{\Delta\ BAC} = \frac{24\sqrt{2}\left(6\sqrt{2}\right)}{2} = 144\,cm^2$$

RPTA.: D

2. Los catetos AB y AC de un triángulo rectángulo ABC recto en A, miden 21cm y 28cm. Se trazan las bisectrices CP y AQ, las cuales se cortan en el punto I. Calcule el área de la región CIQ.

A) 20cm^2 B) 30 cm^2
C) 45 cm^2 D) 70cm^2
E) 75 cm^2

RESOLUCIÓN



Propiedad de la Bisectriz:

$7k = 35$

$\rightarrow$ $K = 5$ 1

Teorema de Poncelet:

$21 + 28 = 35 + 2r$

$\rightarrow$ $r = 7$ 2

$A_{\Delta\ CIQ} = \frac{4K(r)}{2}$ 3

Remplazando 1 y 2 en: 3

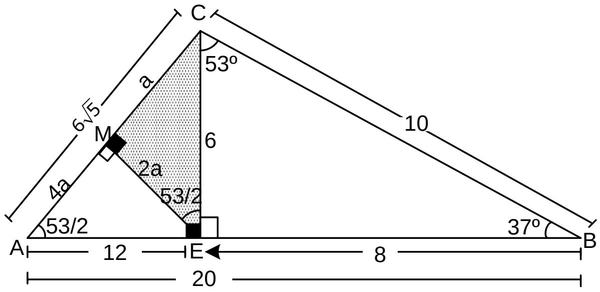
$\therefore$ $$A_{\Delta\ CJQ} = \frac{7(20)}{2} = 70\,cm^2$$

RPTA.: D

3. El triángulo ABC tiene como lados AB = 20cm, AC = $6\sqrt{5}$ cm y BC = 10cm. Se traza la altura CE y por E se traza $\overline{EM}$ perpendicular a $\overline{AC}$. Calcule el área de la región EMC.

A) 10 cm^2 B) 5,5 cm^2
C) 8 cm^2 D) 7,2 cm^2
E) 6,2 cm^2

RESOLUCIÓN



Teorema de Euclides:

$$10^2 = 20^2 + \left(6\sqrt{5}\right)^2 - 2(20)(AE)$$

$\rightarrow$ $AE = 12$

$\rightarrow$ $CE = 6$

AEC:

$$5a = 6\sqrt{5} \rightarrow a = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

$$A_{\Delta EMC} = \frac{2a(a)}{2} = a^2$$

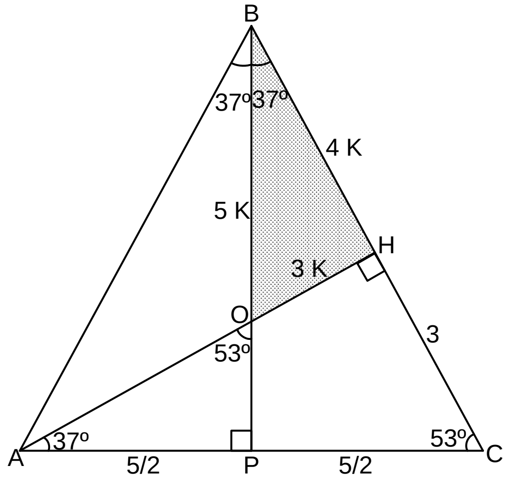
$$\therefore \quad A_{\Delta EMC} = \left(\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 7{,}2\,cm^2$$

RPTA.: D

4. Se da un triángulo isósceles ABC (AB = BC), en donde AC = 5m y la altura AH mide 4m. Calcule el área de la región BOH siendo "O" la intersección de las alturas AH y BP

A) 25/6 m^2 B) 7 m^2
C) 7/8 m^2 D) 49/96 m^2
E) 14m^2

RESOLUCIÓN



APO: $(53;37°)$

$$\rightarrow \quad OP = \frac{15}{8}$$

BPC: $(53;37°)$

$$5K + \frac{15}{8} = \frac{20}{6}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{K = \frac{7}{24}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. (1)$$

$$\rightarrow \quad A_{\Delta OHB} = \frac{(3K)(4K)}{2} = 6K^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando: (1) a (2):

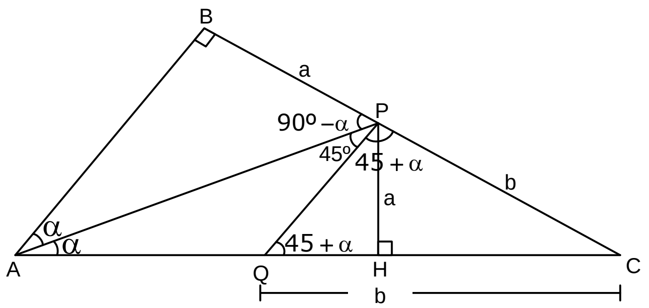
$$\therefore \quad A_{\Delta OHB} = 6\left[\frac{7}{24}\right]^2 = \frac{49}{96}\ m^2$$

RPTA.: D

5. En un triángulo ABC recto en B, se traza la bisectriz interior AP y en $\overline{AC}$ se ubica el punto Q, de modo que m<APQ = 45°. Calcule el área de la región QPC, si (BP)(PC)=20 u^2.

A) 5 u^2 B) 10 u^2
C) 12,5 u^2 D) 15 u^2
E) 20 u^2

RESOLUCIÓN



Dato: a □ b = 20

Se Traza: $\overline{PH} \perp \overline{QC}$

→ PH = PB a (Propiedad de la bisectriz)

ΔQPC : Isósceles

PC = QC = b

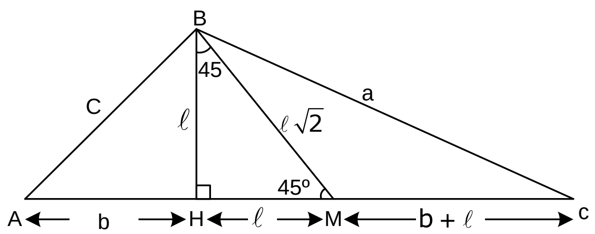
$\therefore \quad A_{\Delta PQC} = \dfrac{ab}{2} = \dfrac{20}{2} = 10\,\mu^2$

RPTA.: B

6. En un triángulo ABC se traza la mediana BM, de modo que m< BMA = 45°. Calcule el área de la región ABC, si $BC^2 - AB^2 = 20$ u^2

A) 5 u^2 B) 7,5 u^2
C) 10 u^2 D) 12,5 u^2
E) 15 u^2

RESOLUCIÓN



Dato: $a^2 - c^2 = 20$ .... (I)

Teorema de la proyección de la mediana

$a^2 - c^2 = 2\,AC \times HM$ .... (II)

(II) = (I)

$2\,C \times HM = 20$

$AC \times BH = 10$

$\therefore \quad \text{Área}_{\,(ABC)} = \dfrac{AC \times BH}{2} = \dfrac{10}{2}\mu^2$

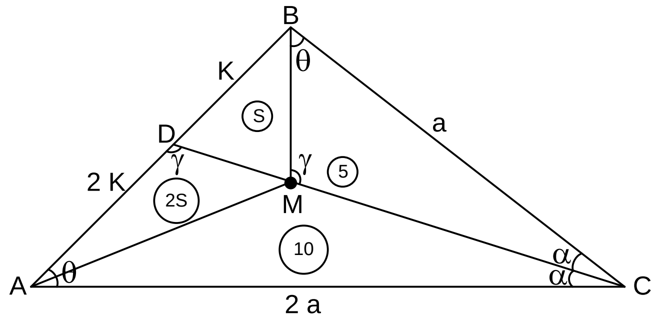
$\text{Área}_{(ABC)} = 5\,\mu^2$

RPTA.: A

7. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior CD y en el triángulo DBC se traza la ceviana BM, de modo que m < CBM = m < BAC. Si el área de la región MBC es 5 cm^2 y AC = 2(BC), calcule el área de la región BMA.

A) 5 cm^2 B) 10 cm^2
C) 15 cm^2 D) 20 cm^2
E) 25 cm^2

RESOLUCIÓN



Propiedad de la Bisectriz:

AD = 2(BD)

ΔBMC □ Δ ADC :

$\dfrac{5}{2S + 10} = \dfrac{a^2}{(2a)^2}$

→ $20 = 25 + 10$

→ S = 5

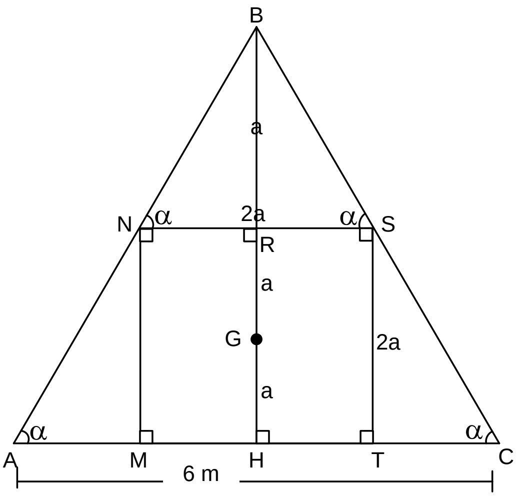
$\therefore \quad A_{\Delta AMB} = 3(5) = 3(5) = 15\,cm^2$

RPTA.: C

8. En un triángulo isósceles ABC (AB=BC), se inscribe un cuadrado el cual tiene un lado contenido en la base AC del triángulo; calcule el área de la región ABC si el baricentro de este es el centro del cuadrado y la base del triángulo mide 6m.

A) 16 m^2 B) 14 m^2
C) $8\sqrt{3}\ m^2$ D) $9m^2$
E) $18m^2$

RESOLUCIÓN



Propiedad del Baricentro:

$$2GH = BG \rightarrow BR = RG = GH = a$$

$\Delta NBS \sim \Delta ABC:$

$$\frac{6}{3a} = \frac{2a}{a} \rightarrow a = 1$$

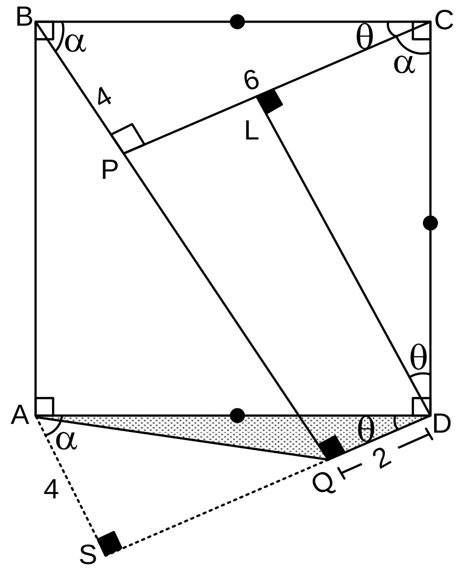
$$A_{\Delta ABC} = \frac{6(3a)}{2} = \frac{6\,(3\times 1)}{2} = 9m^2$$

RPTA.: D

9. Se tiene un cuadrado ABCD; en la región interior se ubica un punto P tal que m<BPC = 90º; y en la prolongación de $\overline{BP}$ se ubica al punto Q tal que m< PQD = 90º. Si BP = 4u y PC = 6u, calcule el área de la región AQD.

A) 4 u^2 B) 8 u^2
C) $2\sqrt{13}\,u^2$ D) $\sqrt{6}\,u^2$
E) $\sqrt{15}\,u^2$

RESOLUCIÓN



$\triangle BPC \cong \triangle DLC \cong \triangle ASD$

$\rightarrow$ $PL = 2;$ $QD = 2$ y $AS = 4$

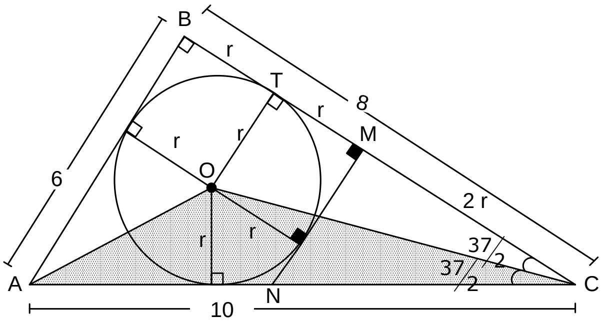
$\therefore$ $A_{\Delta AQD} = \dfrac{(2)(4)}{2} = 4\,\mu^2$

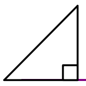
RPTA.: A

10. Se tiene un triángulo rectángulo ABC recto en B. La mediatriz de $\overline{BC}$ es tangente a la circunferencia inscrita cuyo centro es 0; calcule el área de la región AOC si AB = 6u

A) 20 u^2 B) $8\sqrt{2}\ u^2$
C) $6\sqrt{3}\ u^2$ D) $5\sqrt{6}\ u^2$
E) 10 u^2

RESOLUCIÓN




OTC: Auxiliar $\dfrac{37^o}{2}$

Propiedad de la Mediatriz

BM = MC = 2r

$\rightarrow \quad 4r = 8$

$r = 2$

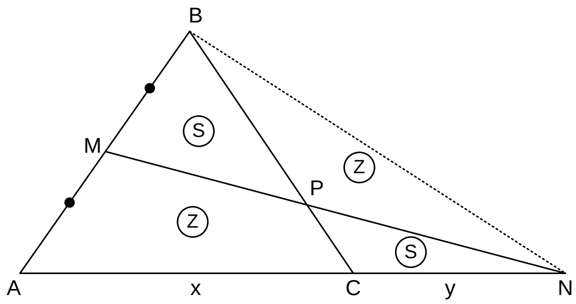
$$A_{\Delta\,AOC} = \frac{10(R)}{2} = \frac{10(2)}{2} = 10\,\mu^2$$

RPTA.: E

11. En un triángulo ABC, se ubican los puntos "M" en $\overline{AB}$ y "N" en la prolongación de $\overline{AC}$. $\overline{MN}$ y $\overline{BC}$ se interceptan en "P" tal que las regiones MBP y PCN tienen igual área y AM = MB. Calcule: $\dfrac{AC}{CN}$

A) 1/2 B) 1/4 C) 1
D) 1/6 E) 1/5

RESOLUCIÓN



Se Traza: BN

$\rightarrow \quad A_{\Delta\,MBN} = A_{\Delta\,AMN}$

Luego: $A_{\Delta ABC} = A_{\Delta BCN}$

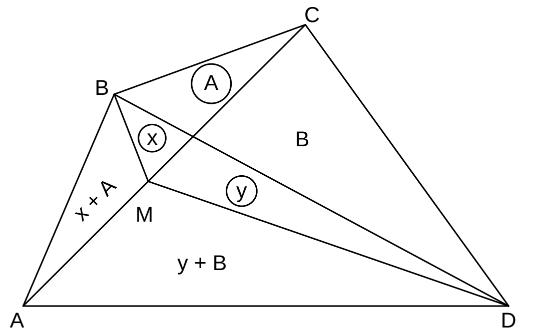
$$\frac{AC}{CN} = \frac{x}{y} = 1$$

RPTA.: C

12. En un cuadrilátero convexo ABCD, se toma el punto medio M de la diagonal AC. Calcule el área de la región MBD sabiendo que las áreas de los triángulos ABD y BDC miden $50m^2$ y $30m^2$

A) $10\ m^2$ B) $9\ m^2$
C) $8\ m^2$ D) $15\ m^2$
E) $20\ m^2$

RESOLUCIÓN



Piden: $A_{\Delta\,BMD} = x + y$

AM = MC

$\rightarrow \quad A_{\Delta\,ABM} = A_{\Delta\,BMC}$

$A_{\Delta\,AMD} = A_{\Delta\,DMCD}$

Datos:

$$\begin{cases} A\,\Delta\,ABD = 50 = 2x + 2y + A + B \\ A\,\Delta\,BDC = 30 = A + B \end{cases}$$

Restando: $20 = 2(x + y)$

$\therefore\ x + y = 10$

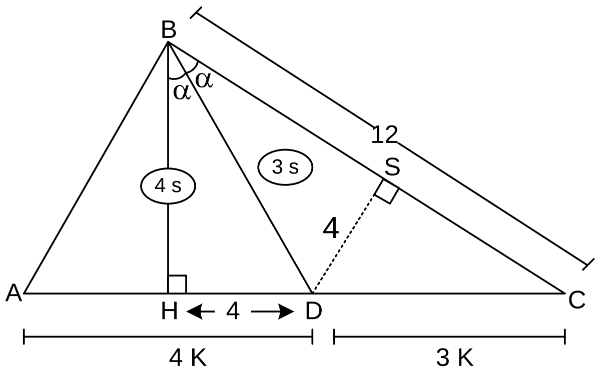
RPTA.: A

13. En un triángulo ABC se traza la altura BH y en el triángulo BHC se traza la bisectriz interior BD. Siendo 3 (AD) = 4 (DC), HD = 4u

y BC = 12u; calcule el área de la región ABD.

A) 8 μ^2 B) 16 μ^2
C) 32 μ^2 D) 24 μ^2
E) 40 μ^2

RESOLUCIÓN



Se Traza: $\overline{DS} \perp \overline{BC}$

→ HD= DS = 4 (Propiedad de la bisectriz)

Del Dato:

$3(AD) = 4(DC)$

AB = 4K

DC = 3K

→ $A_{\Delta ABD} = 4S$

$A_{\Delta BDC} = 3S$

→ $3S = \dfrac{12 \times 4}{2}$

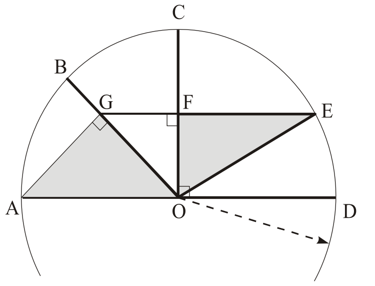
→ $S = 8$

∴ $A_{\Delta ABD} = 4S = 4(8) = 32\,\mu^2$

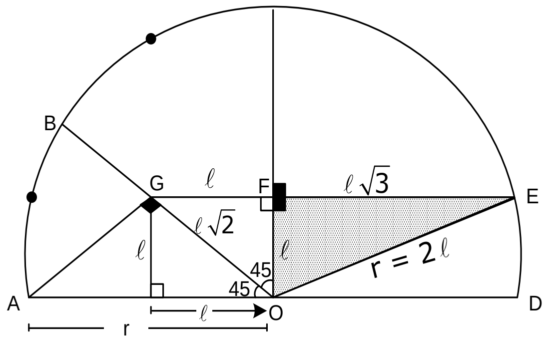
RPTA.: C

14. En la figura, m $\overset{\frown}{AB}$ = m $\overset{\frown}{BC}$, encuentre la razón entre las área de las regiones AGO y OFE.

A) 2/3
B) $2\sqrt{3}/3$
C) 4/3
D) 3/5
E) $\sqrt{3}/6$



RESOLUCIÓN



△ AGO :

$\left(\ell\sqrt{2}\right)^2 = r(\ell)$

→ $r = 2\ell$

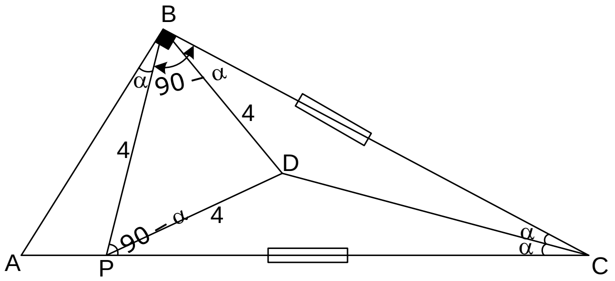
∴ $\dfrac{A_{\Delta AGO}}{A_{\Delta OFE}} = \dfrac{\dfrac{2\ell}{2}}{\dfrac{\ell\left(\ell\sqrt{3}\right)}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

RPTA.: B

15. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, en $\overline{AC}$ se ubica el punto "P" y en el interior de la región PBC el punto "D". Siendo m∠ABP = m∠PCD, BC = PC y BP = PD = 4cm; calcule el área de la región BPD.

A) $4\sqrt{3}\ cm^2$ B) 4 cm^2
C) $2\sqrt{3}\ cm^2$ D) $8\sqrt{3}\ cm^2$
E) 8 cm^2

RESOLUCIÓN



Δ BECP : Isósceles

$\rightarrow$ $m\angle PCD = m\angle DCB = \alpha$

$\rightarrow$ $PD = BD = 4$

ΔBPD: Equilátero

$\therefore$ $A_{\Delta BPD} = \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}\,cm^2$

RPTA.: A

16. En la figura, CO = 6 μ. Calcule al área de la región sombreada.

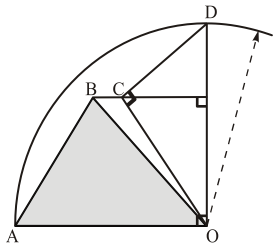
A) 18 μ^2

B) 9 μ^2

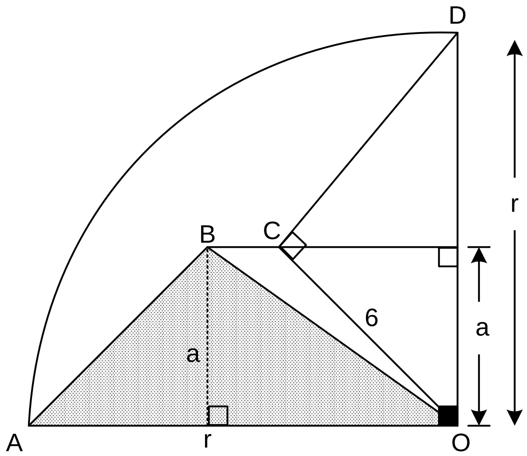
C) 13,5 μ^2

D) 21 μ^2

E) 27 I μ^2



RESOLUCIÓN



$\triangle$ OCD :

$6^2 = r(a)$

$\rightarrow$ $r(a)$

$\therefore$ $A_{\Delta ABO} = \dfrac{r(a)}{2} = \dfrac{36}{2} = 18\,\mu^2$

RPTA.: A

17. En la figura, AC = CD, $m\angle CBD = 2m\angle BDA$ y el área de la región triangular BCD es $8\mu^2$, calcule el área de la región sombreada.

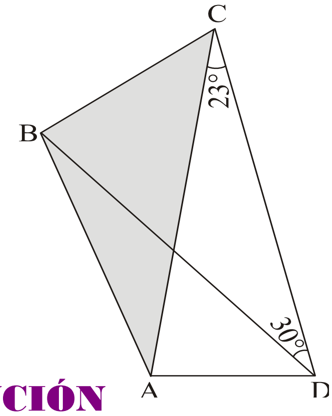
A) $4\mu^2$

B) $7\mu^2$

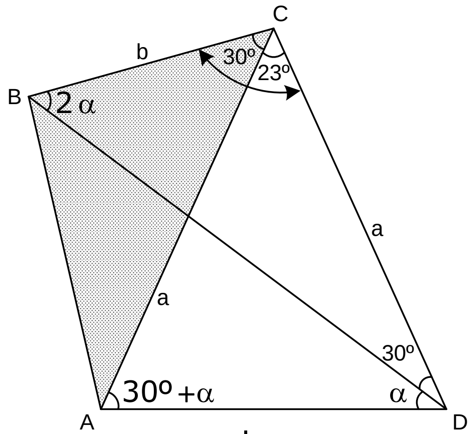
C) $3\mu^2$

D) $5\mu^2$

E) $6\mu^2$



RESOLUCIÓN



i) $A_{\Delta BCD} = 8 = \dfrac{ab}{2}\,\text{sen}\,53°$

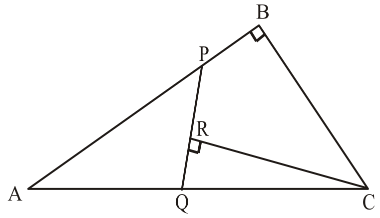
$\rightarrow$ $ab = 20$

ii) $A_{\Delta BCA} = \dfrac{ab}{2}\,\text{sen}\,30°$

$= \dfrac{20}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right) = 5\,\mu^2$

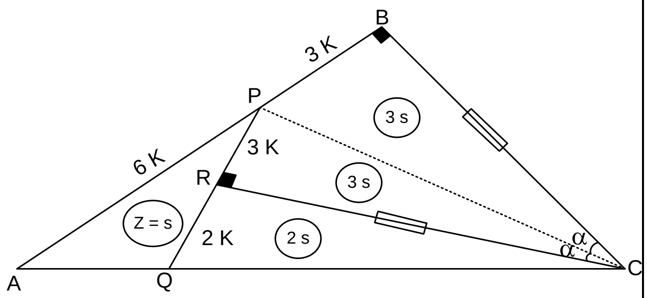
RPTA.: D

18. En la figura 3 (RQ) = 2 (PR) = AP y RC = BC. Calcular la relación de áreas de las regiones APQ y QRC.



A) 1/2 B) 1 C) 1/3
D) 1/4 E) 2

RESOLUCIÓN



i) $PB = RP = 3K$ (Propiedad de la Bisectriz)

ii) $A_{\Delta RPC} = 3S$

$A_{\Delta QRC} = 2S$

<u>También:</u>

$A_{\Delta APC} = 2A_{\Delta PBC}$

$Z + 5S = 2(3S)$

$\rightarrow$ $Z = S$

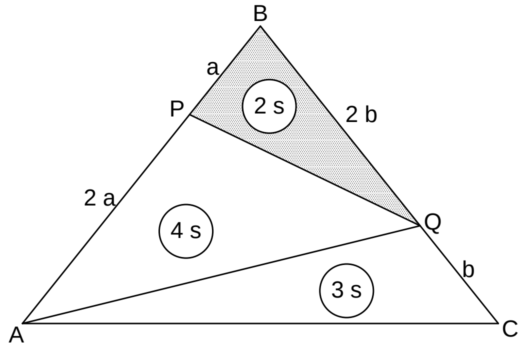
$\therefore$ $\dfrac{A_{\Delta APQ}}{A_{\Delta QRC}} = \dfrac{S}{2S} = \dfrac{1}{2}$

RPTA.: C

19. En un triángulo ABC en $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se ubican los puntos "P" y "Q" respectivamente de modo que AP = 2(PB) y BQ = 2(QC). Calcule el área de la región PBQ, si el área de la región ABC es 45cm^2.

A) 5 cm^2 B) 10 cm^2
C) 15 cm^2 D) 20 cm^2
E) 25 cm^2

RESOLUCIÓN



i) $A_{\Delta APQ} = 2\ A_{\Delta PBQ}$

ii) $A_{\Delta AQB} = 2A_{\Delta AQC}$

$\rightarrow$ $A_{\Delta AQC} = 3S$

<u>Dato:</u>

$9s = 45$

$\rightarrow$ $\boxed{S = 5}$

$\therefore$ $A_{\Delta PBQ} = 2S = 2(5)$

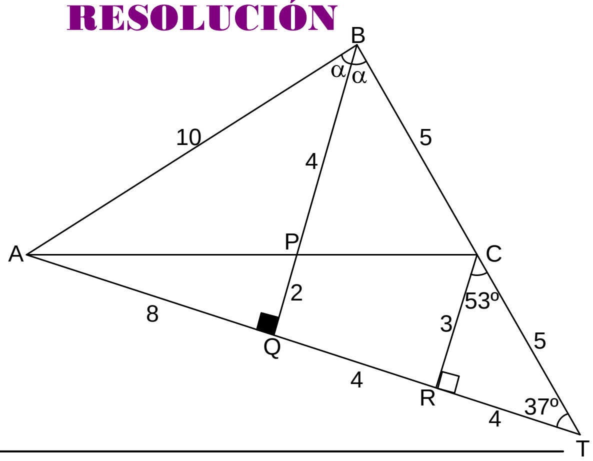
$2(5) = 10\ cm^2$

RPTA.: B

20. En un triángulo ABC: AB = 2 (BC)=10 cm. Se traza la bisectriz interior BP y la perpendicular AQ a $\overline{BP}$ (Q en la prolongación de BP). Calcule el área de la región ABC, si PQ = 2 cm.

A) 12 cm^2 B) 18 cm^2
C) 24 cm^2 D) 30 cm^2
E) 32 cm^2

RESOLUCIÓN



i) Se construye $\triangle ABT$: (Isósceles)

→ AQ = QT

ii) Se traza $\overline{CE} \perp \overline{AT}$

CR = 3 (Teorema de los puntos medios)

→ ⊿ CRT: (37º; 53º)

→ QR = 4 y AQ =8

$$\therefore \quad A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} A_{\triangle ABT}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left(\frac{16 \times 6}{2}\right) = 24\,cm^2$$

RPTA.: C